nº especial

Tecnologias da Informação em Educação

IGP

Iniciação à investigação em educação matemática: exemplo de duas tarefas com recurso ao Geogebra

Andreia de Castro
Universidade de Aveiro
andreia.castro@ua.pt
Filipa Santana
Universidade de Aveiro
vfssantana@ua.pt
Teresa B. Neto
Universidade de Aveiro
teresaneto@ua.pt
Isabel Órfão
Escola Secundária Dr. Mário Sacramento
iorfao@gmail.com

Resumo

Este texto apresenta algumas tarefas desenhadas no âmbito da unidade curricular, Seminário de Investigação em Didática, que se desenvolve em estreita ligação com a prática de ensino supervisionada, do mestrado em Ensino da Matemática no 3ºCEB e Secundário. As tarefas apresentadas têm como finalidade a reflexão sobre alguns princípios didático-matemáticos básicos, os quais permitem introduzir os critérios de adequação didática na análise de processos de ensino e de aprendizagem da matemática e motivar para a utilização do GeoGebra.

Palavras-chave: Ensino secundário, Ensino básico,Investigação em matemática, Adequação didática, GeoGebra.

Abstract

This paper presents present some tasks designed within the course "Seminário de InvestigaçaoemDidática", whichisdevelopedincloseconnectionwiththesupervised teaching practice (of the master in teaching Mathematics in the Elementary and

High School). The tasks presented are intended to reflect on some basic didactical principles of mathematic, which allow you to enter the criteria for suitability didactic analysis of the processes, in teaching and learning of mathematics, and to motivate the use of GeoGebra.

Keywords: Secondary and basic education, mathematics research,educationalsui tability, GeoGebra.

Resumen

En éste artigose presentan algunas de las tareas diseñadas en el curso de “Seminário de InvestigaçãoemDidática”, que se desarrolla en estrecha relación con la práctica docente supervisada (del maestro en la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria). Las tareas que se presentan tienen la intención de reflexionar sobre algunos principios didácticos básicos de la matemática, que permiten introducir los criterios para el análisis de la idoneidad didáctica de los procesos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y para motivar el uso de GeoGebra.

Palabras-clave: Educación secundaria, Investigación en las matemáticas, idoneidad didáctica,GeoGebra.

Introdução

No plano curricular do curso de mestrado profissionalizante (2º ciclo), em ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, faz parte a unidade curricular “ Seminário de Investigação em Didática” na qual se deve contemplar o desenvolvimento da competência específica, conhecer e aplicar metodologias e técnicas básicas de investigação e ser capaz de desenhar e desenvolver projetos de investigação. Também se deve promover a competência geral de procurar, obter, processar e comunicar informação (oral, escrita, audiovisual e multimédia), transformá-la em conhecimento e aplicá-la nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, nomeadamente, no desenho de tarefas matemáticas adequadas ao nível de ensino e às competências que se pretendem desenvolver nos alunos.

Neste trabalho, apresentamos duas tarefas que integram dois projetos de investigação desenvolvidos na unidade Prática de Ensino Supervisionada.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Estas tarefas motivam a explicação dos critérios de adequação didática dos processos de ensino e aprendizagem baseados no enfoque ontosemiótico do ensino e aprendizagem da matemática deGodino (2011).

Critérios de Adequação didática

Quando falamos em critérios de adequação didática"debe entender una regla de correcciónque establececómodeberíarealizarseunproceso de instrucción" (Godinoet al., 2009, p.60), orientada para conseguir um consenso entre todos acerca daquilo que podemos considerar o melhor. No entanto, a aplicação dos critérios de adequação está dependente do contexto institucional em que se está a desenrolar todo o processo de ensino e aprendizagem, assim como do critério pedagógico e didático do professor que os deve ter em conta.

Segundo Godino (2009, 2011 e 2013) a adequação didática de um processo de ensino pode ser verificada segundo seis níveis: a adequação epistémica, cognitiva, mediacional, interacional, ecológica e afetiva.

Segundo o mesmo autor, a adequação epistémica permite ver a estrutura dos objetos que possibilitam a prática matemática, requerendo, para o efeito, que se proponha aos alunos uma amostra representativa e articulada de problemas de diversos tipos (com diferentes graus de dificuldade, contextualizados, envolvendo modelação, etc.). Deve utilizar-se uma linguagem diversificada (verbal, gráfica, simbólica,…), adaptada ao nível de ensino a que se destina. Há que assegurar que se apresentem os enunciados e procedimentos do tema matemático envolvido, adequando as explicações, justificações, demonstrações ao nível de ensino a que se destinam, estabelecendo-se relações coerentes e significativas entre as definições e as propriedades dos conceitos matemáticos envolvidos.

A adequação cognitiva expressa o grau em que as aprendizagens pretendidas/implementadas estão na zona de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como, a proximidade entre as aprendizagens atingidas e as aprendizagens pretendidas.

As interações entre docente-discente são sujeitas à influência de regras, hábitos, tradições e compromissos, que geram modos de atuação. Segundo Godinoet al.(2009), essas regras regulam os modos de interação entre as pessoas que intervêm nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Deste modo, no que refere à adequação interacional, esta consiste no grau em que os modos

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

de interação permitem identificar e resolver dificuldades sentidas pelos alunos e favorecem a autonomia dos mesmos. Para resolver estas dificuldades o professor deve utilizar diversas abordagens didáticas, recursos argumentativos e materiais didáticos, no sentido de implicar os alunos na dinâmica de sala de aula.

A adequação mediacional consiste no grau de disponibilidade e apropriação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. Por exemplo, se o professor e os alunos tivessem à sua disposição meios informáticos pertinentes para o estudo de determinado tema, o processo de ensino e aprendizagem que se apoiasse nestes recursos teria potencialmente maior adequação mediacional que outro baseado exclusivamente na utilização do quadro, lápis e papel.

Um outro aspeto muito importante nos processos de ensinoda matemática prende-se com a motivação e as emoções. Refere-se frequentemente que o professor deve motivar os alunos, escolher conteúdos atrativos e criar um clima propício à aprendizagem, no entanto, segundo Godinoet al.(2009), "la enseñanza actual no legitima la actividad de los estudiantes y, por lo tanto, éstos no se sienten responsables de las respuestas que dan a los problemas que el profesor les plantea"(p. 68). Assim, a adequação afetiva envolve o grau de implicação (interesse, motivação, ...) do aluno num determinado processo de ensino. Esta está também relacionada com fatores que dependem tanto da instituição como do aluno e de sua história escolar. Por exemplo, o recurso a situações-problema que sejam do interesse dos alunos potencia uma alta adequação afetiva.

A adequação ecológica diz respeito ao grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educativo da turma e da escola, à sociedade e aos condicionamentos do contexto no qual se desenvolve.

Tarefas

Tarefa " Caminho mais curto"

O tema de investigação que está na origem desta tarefa é o Raciocínio Geométrico e a Argumentação Matemática.Escolheu-se o tema da Geometria Esférica, aludindo ao facto de 2013 ser o ano da Matemática e do Planeta Terra.

O estudo da Geometria Esférica permite a resolução de muitos problemas ligados ao planeta Terra. Por exemplo, para a determinação do caminho mais curto

Tecnologias da Informação em Educação

nº especial

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

entre dois locais do planeta e qual a rota que se deveria seguir. Mesmo usando o sistema GPSos pilotos de avião e os navegadores têm que ter conhecimentos sobre Geometria Esférica (Alexander, 2004).

O objetivo desta primeiratarefa é explorar o conceito de "caminho mais curto" no plano, com recurso ao GeoGebra. Esta tarefa será complementada com uma abordagem ao conceito, na esfera, com recurso a um Applet. A mesma foi adaptada de uma proposta da APM, em colaboração com o Atractor e a SPM, disponibilizada na página do MPT 2013 (http://mpt2013.apm.pt/index.php/mpt-2013).

Na tarefa, os alunos do 8º ano de escolaridade, em trabalho a pares, irão descobrir quantas circunferências passam por dois pontos distintos A e B, no plano e qual o caminho mais curto entre eles. Poderão, ainda, através das questões intermédias, contextualizar o problema, exercitar e problematizar situações cuja compreensão é essencial para responder ao problema e, por fim, solucioná-lo.

Num primeiro momento, proceder-se-á à construção da figura que servirá de base à resolução da tarefa, de acordo com as instruções apresentadas na figura 1.

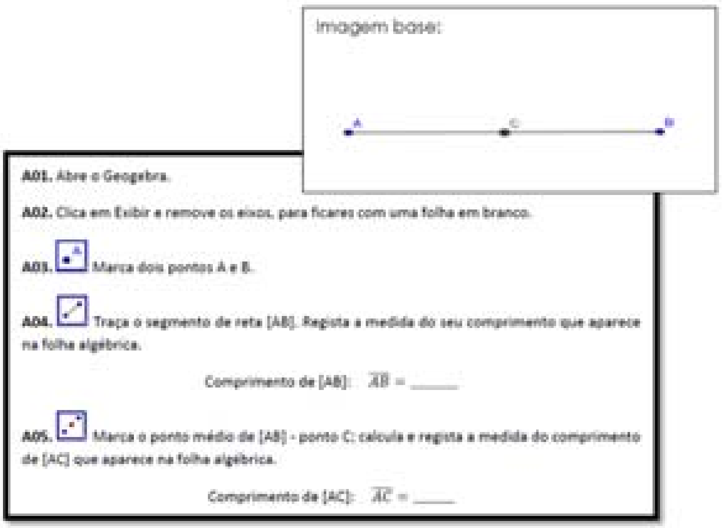


Figura 1: Enunciado correspondente ao 1º momento.

Num segundo momento, de acordo com o enunciado da figura 2, os alunos construirão a figura que lhes permitirá concluir quantas circunferências passam por dois pontos distintose qual o caminho mais curto entre A e B, através da construção

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

de diferentes circunferências, fazendo variar o ponto D, ponto da mediatriz de [AB], e através do traçado dos arcos AB, respetivamente.

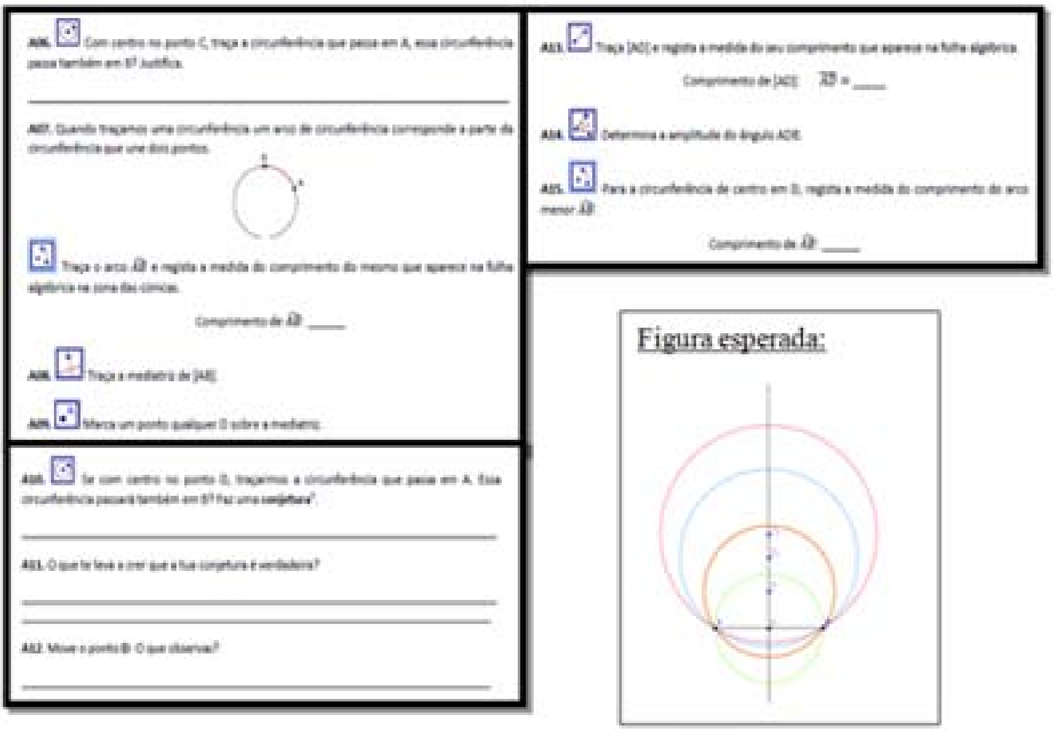


Figura2: Enunciado correspondente ao 2ºmomento.

Nesta fase, os alunos terão de concluir que, se traçarem a circunferência de centro em D e que passa em A, essa circunferência também passa em B, pois D pertence à mediatriz de [AB], o que faz dele um ponto equidistante de A e de B, e a circunferência é o lugar geométrico de todos os pontos do plano,equidistantes de um ponto fixo, designado de centro da circunferência, logo se A pertence à circunferência, B também pertence.

Num terceira e último momento, os alunos terão de concluir, tendo por base as figuras construídas nas fases anteriores, que passam por A e B infinitas circunferências, pois sempre que escolherem um ponto D diferente, ele dará origem a uma circunferência diferente.

Com base nos registos efetuados ao longo das duas primeiras fases de resolução

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

da tarefa, os alunos poderão concluir que o caminho mais curto entre dois pontos A e B, no plano, é o segmento de reta [AB]. Na figura 3 podemos ver o enunciado que serve de base a este último momento.

A15. Com base nos teus conhecimentos anteriores e no trabalho que realizaste responde às seguintes questões:

a) Quantos segmentos de reta passam por dois pontos do plano?

____

____

b) Quantas circunferências passam por dois pontos do plano? Fundamenta a tua resposta.

____

____

____

c) Qual o caminho mais curto entre dois pontos do plano? Justifica.

____

____

Figura 3: Enunciado referente ao 3ºmomento

Esta tarefa envolve a utilização de linguagem verbal (os alunos terão de justificar a maioria das suas respostas) e de linguagem simbólica, pois a tarefa envolve o tratamento de entidades matemáticas da geometria, ponto (A, B, C e D), segmento de reta([AB], [AC], [CB], [DA] e [DB]), reta (DC), circunferência, arco((AB) □), comprimento do arco, que os alunos terão de representar simbolicamente.

Esta tarefa envolve os seguintes conceitos: Conceitos prévios (plano, ponto, reta, segmento de reta, comprimento do segmento de reta, ponto médio de um segmento de reta, circunferência, mediatriz de um segmento de reta, ângulo e amplitude do ângulo); Conceitos emergentes (arco de circunferência, comprimento do arco e caminho mais curto entre dois pontos no plano).

Os argumentos apresentados pelos alunos terão por base a construção efetuada no GeoGebra e as relações entre as entidades matemáticas envolvidas, interligando conceitos atrás referidos eos procedimentos.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

A tarefa acima apresentada foi seguida de outra, com recurso a um Applet. No sentido de descobrir como era dado o caminho mais curto na esfera, os alunos desenvolveram outra tarefa que se prendia com a representação de dois pontos distintos e o traçado de arcos de circunferência que unem os mesmos. Desta forma, os alunos poderiam concluir que o caminho mais curto entre dois pontos distintos na esfera é dado pelo menor arco de circunferência qua passa pelos dois pontos em que esta é um círculo máximo.

Abaixo, na figura 4, podemos ver o cenário apresentado aos alunos, nesta tarefa. Este Applet pode ser encontrado no site do MPT 2013 (http://mpt2013.apm.pt/index.php/geometria-do-planeta-terra).

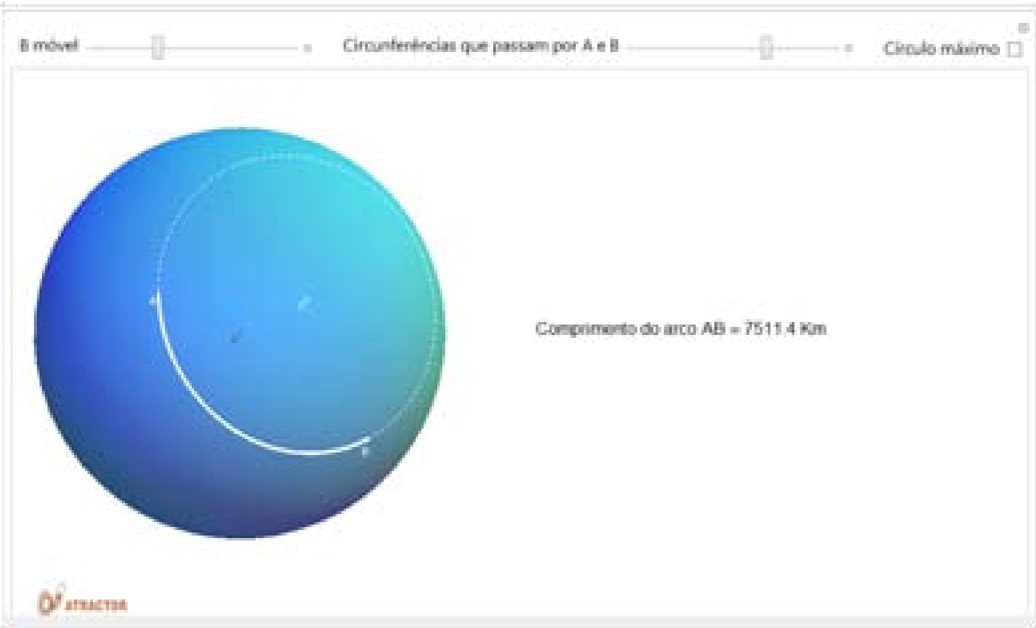


Figura 4: Applet utilizado na tarefa

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Tarefa – As Marés

O tema de investigação que está na origem desta tarefa é a Modelação Matemática e escolheu-se o tema das marés, aludindo assim também ao ano da Matemática e do Planeta Terra.

De acordo com Silva, Fonseca, Martins, Fonseca, & Lopes (2001) "a Matemática é uma disciplina muito rica que, num mundo em mudança, abrange ideias tão díspares como as que são utilizadas na vida de todos os dias, na generalidade das profissões, em inúmeras áreas científicas e tecnológicas mais matematizadas e, ao mesmo tempo, é uma disciplina que tem gerado contribuições significativas para o conhecimento humano ao longo da história" (p.1).

Segundo o NCTM (2008), "uma das mais poderosas utilizações da matemática é a modelação matemática de fenómenos. Os alunos de todos os níveis de ensino deverão ter oportunidades de modelar matematicamente uma vasta gama de fenómenos, nas formas mais adequadas ao seu nível de aprendizagem" (p. 42).

A Modelação Matemática, segundo Biembengut e Hein (2000, citados por Carvalho e Silva & Sant'Ana, 2002) , "é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas" (p. 37). Segundo esses mesmos investigadores a ideia de modelação "suscita a imagem de um escultor trabalhando com argila produzindo um objeto" (citado por Machado Júnior, 2005, p. 24). Por outras palavras, a Modelação Matemática "consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual" (p. 2).

Esta tarefa, apresentada aos alunos, incluiu, num primeiro momento, um texto introdutório sobre os conceitos referentes às marés, por exemplo, o que é a preia-mar e baixa-mar.

> "A superfície dos mares não permanece parada. Devido, principalmente, às atrações da Lua e do Sol, a massa líquida movimenta-se no sentido vertical, dando origem às marés e, também, horizontalmente, provocando as correntes da maré. Além disso, o aquecimento desigual dos diferentes pontos da Terra pelo Sol e os grandes sistemas de vento resultantes dão origem às correntes oceânicas.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Quando um navio se encontra em locais em que o oceano é profundo, o conhecimento preciso da altura da água em relação ao fundo do mar não tem muito significado. No entanto, em águas mais baixas, é este conhecimento que permite definir em que ocasiões e quais as áreas, portos ou canais onde um navio pode navegar com segurança.

A variação das marés também tem influência na pesca. Ter um conhecimento prévio das variações das marés é muito importante para um pescador. Em geral, é no início do movimento das águas para crescente ou para a vazante que verificamos uma maior afluência de peixes, no entanto, isto não quer dizer que fora deste período não teremos êxito na pesca!

Os fenómenos das marés têm designações próprias. Chamamos nível máximo de uma maré cheia de Preia-mar, quando a maré vazante chega ao seu nível mínimo chamamos de Baixa-mar. O período entre marés em que não ocorre qualquer alteração no nível das águas é também conhecido como reponto da maré ou estofo.

Nas fases de lua nova ou lua cheia, quando o Sol e Lua estão em oposição, ocorre o somatório das forças desses astros, fazendo com que ocorram as Marés de Sizígia ou Marés vivas, que são marés de grande volume de águas. O inverso, onde as águas estão mais calmas, são chamadas de Marés mortas. Deste modo, em dias de lua nova ou lua cheia, os pescadores devem utilizar chumbadas mais pesadas, devido à grande força executada pela maré. Porém, em dias de lua minguante ou lua crescente, o ideal é utilizar chumbadas mais leves.

O cálculo das marés é um processo um pouco complexo, por isso existem tabelas que determinam horas e alturas das marés dos diversos portos nacionais, que ajudam os pescadores nas suas "caçadas aos peixes"".

(Adaptado de Miguens (s.d.) e deSitedaPesca (2001))

De seguida, num segundo momento, foi apresentado um guião onde era fornecido o site (que podemos ver na figura 5) onde poderiam fazer a recolha de dados relativa às marés ocorridas no 3º trimestre do ano 2013, no Porto de Aveiro.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Figura 5: Site do Instituto Hidrográfico.(http://www.hidrografico.pt/previsao-mares-aveiro.php)

Do guião constavam também instruções de utilização do GeoGebra, para que se procedesse à análise e tratamento dos dados. Abaixo, na figura 6, podemos ver o guião que serviu de base a essa análise.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Tarefa

Nesta tarefa apresente todos os cálculos e raciocínios que aplicou em todas as alíneas e relacione os dados obtidos face ao fenómeno estudado.

1. Represente graficamente, no GeoGebra, a nuvem de pontos que obteve após o tratamento dos dados.
2. Observe a nuvem de pontos que obteve e represente um esboço da mesma na folha que lhe foi entregue. Se tentar unir todos os pontos, a que tipo de família de funções poderá representar essa nuvem de pontos?
3. O GeoGebra é uma ferramenta que nos permite obter uma função que melhor se adapte à nuvem de pontos da tabela das marés. Esse processo chama-se regressão. Para o fazer siga as instruções do item 7 indicadas no guião desta tarefa.

   3.1. Indique a expressão algébrica que obteve depois de realizar o processo de regressão.
4. Usando o modelo encontrado na alínea anterior

   a) Indique o domínio.

   b) Entre que valores varia a altura da maré?

   c) De quanto em quanto tempo ocorre a baixa-mar.

   d) Calcule a taxa de variação média da altura da maré no dia 1 entre as 9 horas e 43 minutos e as 15 horas e 34 minutos e no dia 2 entre as 16 horas 45 minutos e as 23 horas e 13 minutos. Explique o que está a ocorrer à maré nos intervalos indicados.

   e) Que previsões podem ser feitas a partir deste modelo relativamente à periodicidade das marés?

Figura 6: Enunciado da tarefa das marés

O tratamento e análise dos dados dividiram-se em vários passos:

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

1ºpasso: Conversão do tempo em horas. (figura 7)

Figura 7: Cenário de conversão das horas.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

2ºpasso: Inserção dos dados no GeoGebra. (figura 8)

Os alunos tiveram de decifrar qual seria a variável independente e dependente.

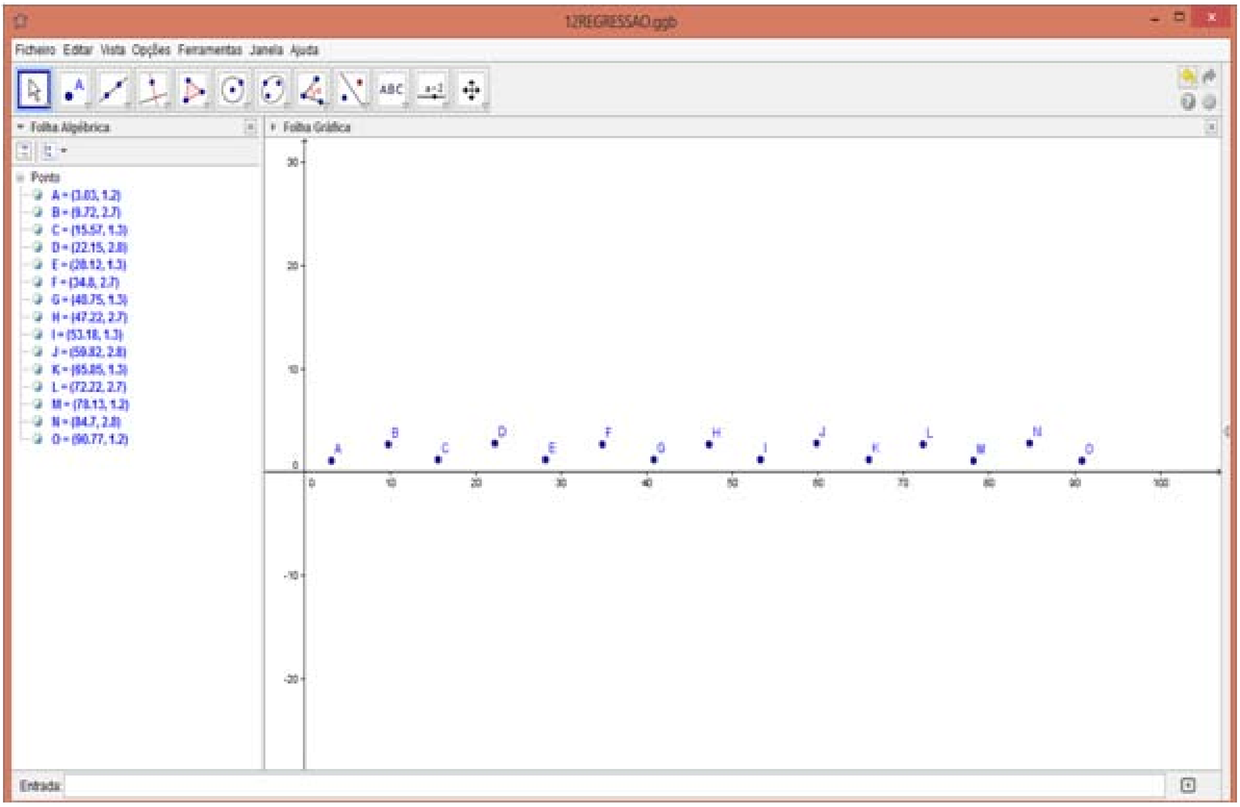


Figura 8: Cenário do inserção dos pontos no GeoGebra.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

3ºpasso: Regressão no GeoGebra. (figura 9)

Aqui osalunos obtiveram uma expressão algébrica do modelo que melhor se aproxima dos pontos obtidos.

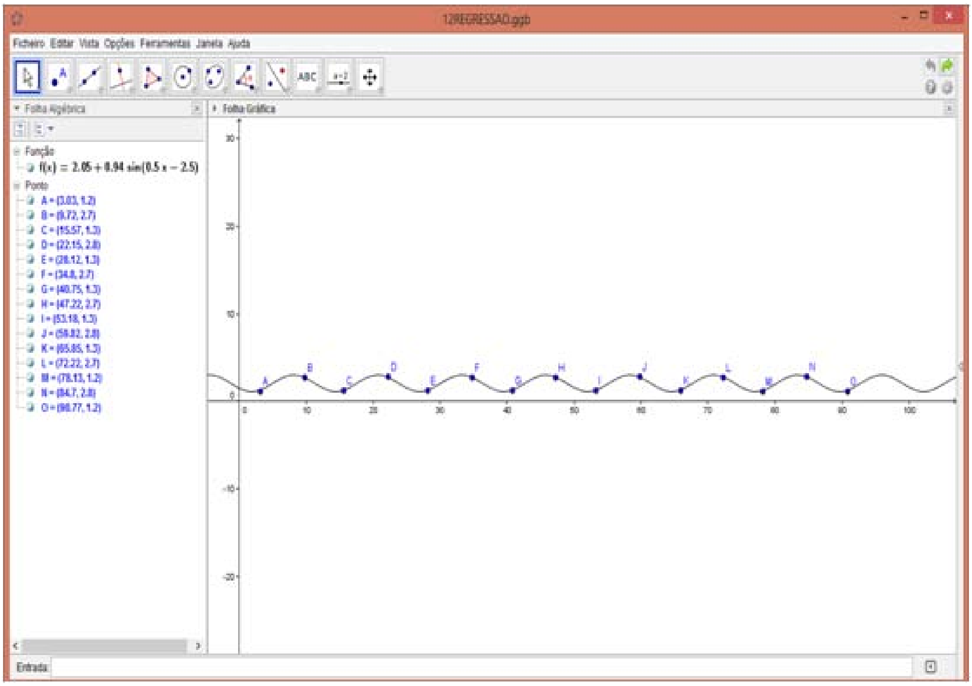


Figura 9: Cenário de regressão sinosoidal no GeoGebra.

nº especial

Tecnologias da Informação em Educação

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

4ºpasso: Análise dos dados: Dominio e contradomínio.

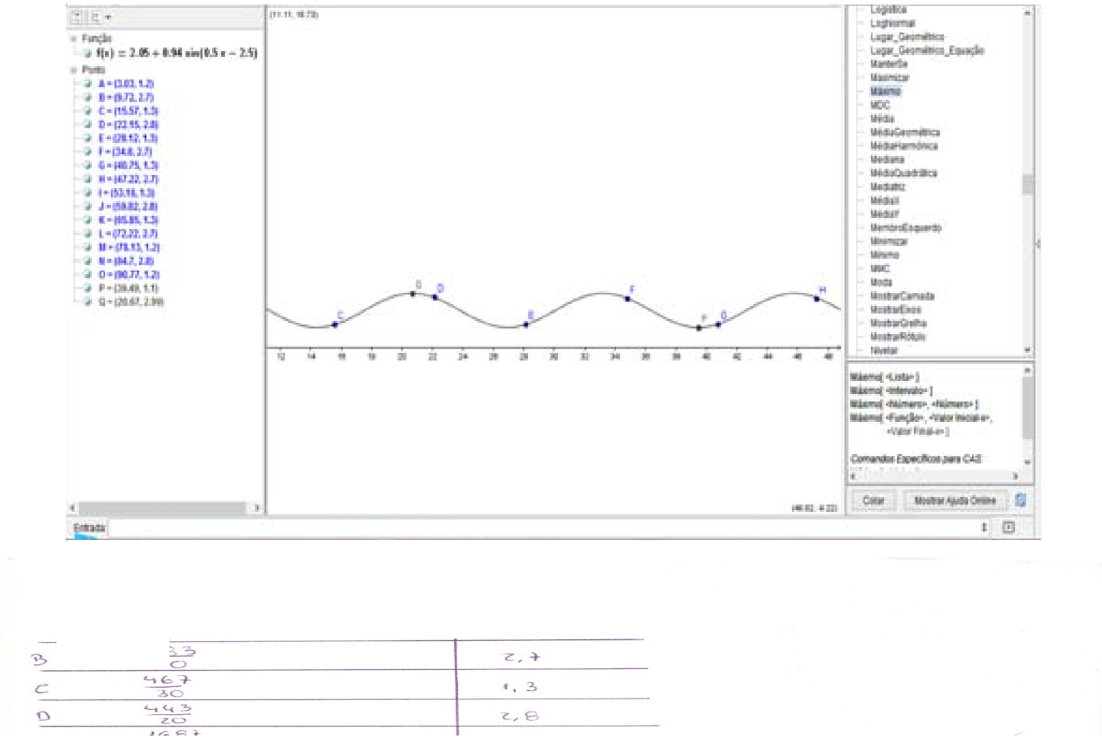


Figura 10: Cenário do GeoGebra e resposta de um grupo de alunos.

Os alunos poderiam também recorrer a uma resolução analítica. Vejamos:

a) O domínio da função está definido no intervalo [3;91]e indica os valores da variação do tempo, nos primeiros quatro dia do mês de Julho;

b) Nesta alínea é pedido para se calcular o contradomínio da função, deste modo considerando que $x \in \mathbb{R}_0^+$ temos,

$$-1 \leq sen(x) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq sen(0.5x - 2.5) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -1 \times 0.94 \leq 0.94 \times sen(0.5x - 2.5) \leq 1 \times 0.94$$

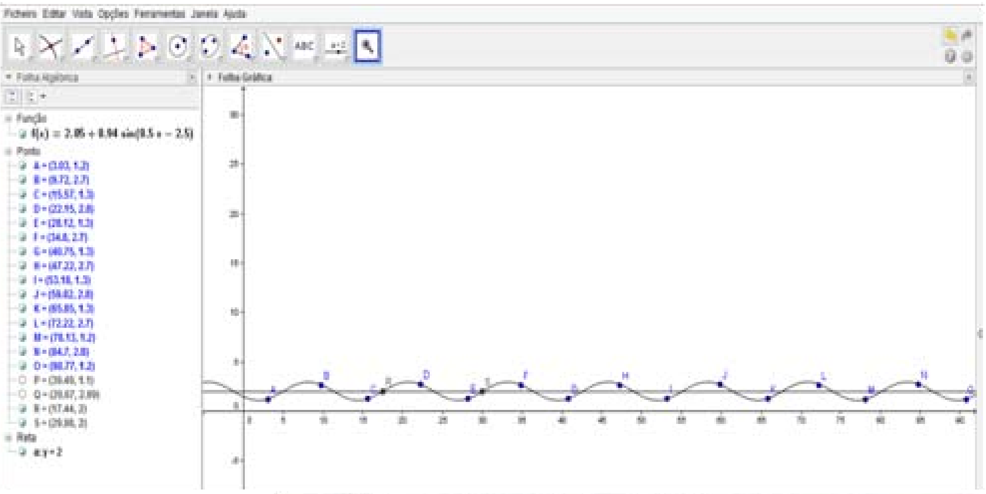
$$\Leftrightarrow -0.94 \leq 0.94 \times sen(0.5x - 2.5) \leq 0.94$$

$$\Leftrightarrow -0.94 + 2.05 \leq 2.05 + 0.94 \times sen(0.5x - 2.5) \leq 0.94 + 2.05$$

$$\Leftrightarrow 1.11 \leq 2.05 + 0.94 \times sen(0.5x - 2.5) \leq 2.99$$

Tecnologias da Informação em Educação
nº especial
Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

5ºpasso: Analise dos dados: Determinação do periodo.



c) Para determinar de quanto em quanto tempo ocorre a Baixa-mar, é necessário determinar o período positivo mínimo da função f.

Geometricamente este valor é a distância entre dois pontos do gráfico de f com a mesma ordenada. Para tal recorreu-se ao GeoGebra utilizando a seguinte ordem de comandos:

1- como se sabia que os valores de f variavam entre 1,11 e 2,99 introduziu-se a reta horizontal de equação y=2

2- Determinou-se a interseção dos dois gráficos obtendo-se os pontos R(17,45; 2) e G(29,99; 2), que distam um do outro P.

3- Calculou-se a diferença entre as suas abcissas, obtendo-se o P da função; P= 12,54 h.

Figura 11: Cenário do GeoGebra.

Os alunos poderiam também recorrer a uma resolução analítica. Vejamos:

c) Nesta alínea é pedido para os alunos determinarem o período positivo mínimo.

Definição: Uma função diz-se periódica caso exista um número realT>0tal que f(x)=f(x+T), com x pertencente a todo o domínio de f. menor valor de T, que satisfaça essa igualdade, é chamado de período positivo mínimo.

$$f(x) = f(x+T)$$

$$\Rightarrow 2.05 + 0.94 \times sen(0.5x - 2.5) = 2.05 + 0.94 \times sen(0.5(x+T) - 2.5)$$

$$\Leftrightarrow 0.94 \times sen(0.5x - 2.5) = 0.94 \times sen(0.5(x+T) - 2.5)$$

$$\Leftrightarrow sen(0.5x - 2.5) = sen(0.5(x+T) - 2.5)$$

$$\Leftrightarrow 2k\pi + 0.5x - 2.5 = 0.5(x+T) - 2.5, \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow 2k\pi = 0.5T, \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2k\pi}{0.5} = T, \forall k \in \mathbb{Z}$$

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Considerando k=1, tem-se que T=4π. Logo a baixa-mar ocorre num período positivo mínimo de 4π horas.

6ºpasso: Analise dos dados: Taxa média de variação.

Neste passo os alunos terão de, analiticamente, determinar a TMV. Vejamos:

4.

d) Cálculo da taxa média de variação da altura da maré no dia 1 entre as 9 horas e 43 minutos e as 15 horas e 34 minutos

$$TVM_{[9.72;15.57]} = \frac{f(15.57) - f(9.72)}{15.57 - 9.72} = \frac{1.26 - 2.71}{5.85} \cong -0.25$$

Através do cálculo da taxa média de variação nesse intervalo conclui-se que a altura da maré está a descer.

Cálculo da taxa média de variação da altura da maré no dia 2 entre as 16 horas 45 minutos e as 23 horas e 13 minutos

$$TVM_{[40.75;47.22]} = \frac{f(47.22) - f(40.75)}{47.22 - 40.75} = \frac{2.75 - 1.29}{5.85} \cong 0.23$$

Através do cálculo da taxa média de variação nesse intervalo conclui-seque a altura da maré está a subir.

7ºpasso: Previsão relativamente à periocidade das marés.

4.

e) Através deste modelo podemos verificar que tanto a preia-mar como a baixa-mar se repetem ciclicamente. Conforme verificamos na alínea c) a baixa-mar ocorre num período positivo mínimo de 4π horas. No entanto, ositehttp://www.hidrografico.pt/glossario-cientifico-mares.php refere que a baixa-mar ou preia-mar acontecem, normalmente, com um intervalo de 12 horas e 25 minutos. Segundo esse site, de localidade em localidade poderá existir um maior ou menor atraso das preia-mar ou baixa-mar devido a vários fatores que influenciam este fenómeno, como por exemplo, o mar não reagir instantaneamente à passagem da Lua.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Esta tarefa foi resolvida por alunos do 12º ano, em trabalho a pares, e permitiu à professora responsável pela turma explorar, em aulas posteriores, o significado e influência de cada parâmetro A, B, C e D da família da função seno, f(x)=A×sen(Bx+C)+D.

Com esta tarefa pretende-se que os alunos explorem o estudo das funções, nomeadamente, o de uma função trigonométrica, através da análise do modelo matemático que descreve as marés e que reconheçam a utilidade do GeoGebra nas atividades de Modelação Matemática.

Iremos proceder à análise da adequação epistémica segundo Godino (2013).

Componentes	Significados (referência/uso)
Situação-problema -Modelação Matemática de um fenómeno da natureza- as marés	-Obtenção do modelo matemático que traduz o fenómeno da natureza estudado
Elementos linguísticos: -Uso de diferentes modos de expressão matemática: Termos e expressões verbais; gráfica; simbólica	-Palavras com significados matemáticos, nomeadamente, modelo matemático, nuvem de pontos, família de funções, regressão sinusoidal, função seno, domínio, contradomínio, período, taxa de variação média; -Representação gráfica da função para se poder realizar o estudo do fenómeno em causa; -Expressão algébrica da função.
Elementos linguísticos: -Uso de diferentes modos de expressão matemática: Termos e expressões verbais; gráfica; simbólica	- Identificar o domínio da função de acordo com as condições da situação- problema; -Interpretar a questão e concluir que é pedido o contradomínio para o caso particular. (Também se pode concluir para o caso geral); -Interpretar a questão e concluir que se tratar da determinação do período da função em estudo; -Cálculo e intepretação da t.v.m. face ao fenómeno estudado.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Componentes	**Significados (referência/uso)**
Procedimentos -Consulta do site para a obtenção dos dados; -Obtenção do modelo matemático do fenómeno estudado e indicação da expressão analítica obtida; -Interpretação do modelo matemático face ao fenómeno estudado	- Identificação dos pares ordenados de valores; Importação dos dados da tabela para o GeoGebra e construção da tabela no GeoGebra -Recurso do GeoGebra para obtenção do modelo que melhor se adequa à nuvem de pontos; -Cálculo do período e da t.v.m. nos cenários do GeoGebra
Argumentos -Análise de exemplo -Deduções informais	Justificação tendo por base a representação gráfica do fenómeno ou a manipulação analítica do modelo obtido. -Justificar que o modelo matemático é uma função trigonométrica, do tipo A×sen(Bx+C)+D; -Identificar intervalos de monotonia; -Justificar o valor do período da função; -Justificar propriedades da família das funções A×sen(Bx+C)+D

Tendo por base as componentes e seus significados, está a ser feita a análise das resoluções apresentadas pelos alunos. No entanto, da análise já realizada, verificou-se que os alunos recorreram ao GeoGebra para resolverem e fundamentarem as respostas apresentadas. Em anexo, é apresentadauma resolução de um grupo de alunos.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Conclusões

Nas tarefas apresentadas utilizou-se a noção de adequação didática e o sistema de indicadores de adequação, os quais constituem uma síntese de princípios didático-matemáticos sobre os quais há um consenso na comunidade de educadores matemáticos.

A aplicação destes critérios não dispensa que o professor domine com profundidade os conhecimentos matemáticos envolvidos, o que supõe um conhecimento especializado dos conteúdos (Godino, 2009).

Também é necessário conhecer os aspetos cognitivos e afetivos envolvidos na aprendizagem dos conteúdos (dificuldades, tipo de erros cometidos,...), assim como o uso didático de recursos tecnológicos e modos de interação.

Dos indicadores envolvidos na noção de adequação didática mereceu um especial destaque a adequação epistémica e aspetos ligados à adequação mediacional, nomeadamente, o recurso ao GeoGebra.

A utilização do software GeoGebra permitiu, no caso da tarefa do caminho mais curto, construir as imagens que servem de base ao raciocínio dos alunos, facilitando as conclusões que os mesmos têm de tirar. No caso da tarefa das marés, permitiu o tratamento de dados de forma mais simples, assim como a interligação de procedimentos e conceitos de forma intuitiva.Permitiu também a obtenção do modelo matemático que melhor se adequa à nuvem de pontos, bem como o apoio visual ao estudo desse modelo.

Referências bibliográficas

APM. (2013). MPT 2013. from http://mpt2013.apm.pt/index.php/geometria-do-planeta-terra

Carvalho e Silva, M. E. d., & Sant'Ana, D. C. (2002). A modelagem como ferramenta no ensino da matemática. Tuiuti: Ciência e Cultura(34/35), 31-52.

Godino, J. D. (2013). Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de professores. Paperpresented at the I Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria.

Godino, J. D. (2011): "Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas". XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil. (Disponible en, http://wwwugr.es/local/jgodino/)

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, 13 – 31.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., & De Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión Normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. Enseñanza de las ciencias, 27(1), 59-76.

Godino, J. D. (2009): "Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas". UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, 13-31.

Hidrográfico, I. (2013). Download Gratuito de Tabelas de Maré. fromhttp://www.hidrografico.pt/download-tabelas-mare.php

Machado Júnior, A. G. (2005). Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem: ação e resultados. (Mestrado Dissertação), Universidade Federal do Pará, Belém.

Miguens, A. P. (s.d.). Navegação costeira, estimada e em águas restritas Navegação: A Ciência e a Arte (Vol. I).

NCTM (2000).Principles and standards for school mathematics.Reston, VA: NCTM. (Traducción al castellano, Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: SAEM Thales, 2003).

Silva, J. C. e., Fonseca, M. G., Martins, A. A., Fonseca, C. M. C. d., & Lopes, I. M. C. (2001). Matemática A 10º ano. http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2&letra=M

SitedaPesca. (2001). Maré é a subida e a descida das águas do mar. Retrieved 1 de maio, 2013, from http://www.sitedapesca.com.br/repor3.htm

Agradecimentos

Agradecemos a colaboração da Professora Paula Conceição e dos alunos das turmas 12º A, 12º B e 8º C da Escola Dr. Mário Sacramento.